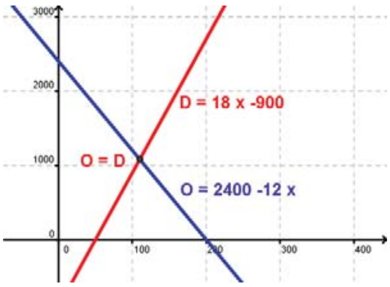
1. **En una ciudad las ecuaciones de la oferta O y la demanda D de un producto cuyo precio es de x euros vienen dadas por:**

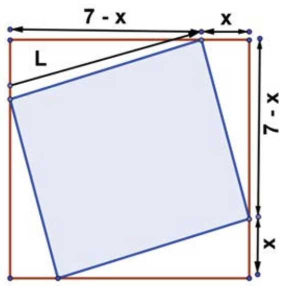
$$\boldsymbol{D = 18x - 900} \text{ y } \boldsymbol{O = 2400 - 12x}$$

Se llama punto de equilibrio el valor de x para el que el mercado se encuentra en equilibrio ($O = D$). Calcula gráficamente el punto de equilibrio. Interprétalo analíticamente. ($\star\star$)



$O = D \implies 18x - 900 = 2400 - 12x \implies 30x = 3300 \implies x = 110$€; $O = D = 1080$

2. **Consideremos un cuadrado inscrito en otro cuyo lado mide 7 cm de la forma que indica la figura:**



a) **Expresa el área del cuadrado inscrito, en función del segmento x. Represéntalo gráficamente.**

b) **¿Qué dimensiones tendrá el cuadrado interior cuya área sea la mínima posible? ¿Para qué valor de x ocurre?**($\star\star$)

a) El lado del cuadrado inscrito será la hipotenusa del triángulo de catetos x y $7 - x$. Aplicando el teorema de Pitágoras:

$L = \sqrt{(7-x)^2 + x^2} = \sqrt{2x^2 - 14x + 49}$

b) Luego el Área del cuadrado inscrito será:

$$L^2 = 2x^2 - 14x + 49$$

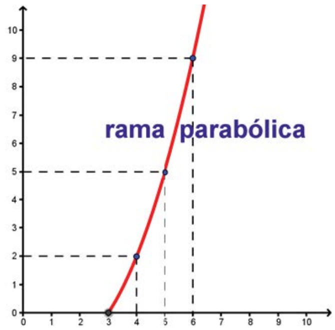
Se trata de una parábola cuyo vértice es $(3'5, 24'5)$ que nos refleja el mínimo valor del área del cuadrado en función de la longitud del segmento de medida 3'5. Por tanto $L = \sqrt{24'5} = 4'95$

3. **Obtén la función que nos da el número de diagonales de un polígono de n lados, en función del número de lados. Representa gráficamente dicha función.** ($\star\star$)

   Teniendo en cuenta que el número de diagonales que pueden salir de cada vértice es (n - 3), donde "**n**" es el número de vértices, dado que no hay ningún diagonal que le una consigo mismo ni con ninguno de los dos vértices contiguos. El número de diagonales vendrá dado por:

$$N_D = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$$

   La fórmula se corresponde con un polinomio de grado dos cuya gráfica son puntos sobre una parábola. Para representarla gráficamente, observamos que $N(0) = N(3) = 0$ que nos da los cortes con el eje de abscisa. El vértice teórico de dicha parábola estará en el punto $V(3/2, -9/8)$.



   El dominio sólo tiene sentido para $n \geq 3$ y el recorrido $N_D \geq 0$.

4. **Un agricultor posee 80 m de valla para cercar una parcela rectangular de terreno. ¿Cuál es el área máxima que puede cercar?** ($\star\star$)

   Sea x la medida de una de las dimensiones de la parcela rectangular. La medida de la otra dimensión será $40 - x$. El área vendrá dada por:

$$A(x) = x \cdot (40 - x) = 40x - x^2$$

   Se trata de una función polinómica de grado dos, cuya gráfica es una parábola. El máximo valor de la función se alcanza en el vértice. $A(0) = A(40) \Longrightarrow V_x = \frac{0+40}{2}$. El vértice tiene de coordenadas $V(20, 400)$.

   La parcela de área máxima es un cuadrado de 20 m de lado, y área, por tanto 400 m^2.

5. **Unas instalaciones de un criadero de truchas comenzaron con 400 ejemplares. El número de truchas va cambiando con el paso del tiempo, de forma que sigue una función polinómica de grado dos cuya variable independiente es el tiempo medido en meses. El mayor número de truchas, 625 ejemplares, se obtuvo a los 15 meses. A partir de entonces el número de truchas comenzó a decrecer.**

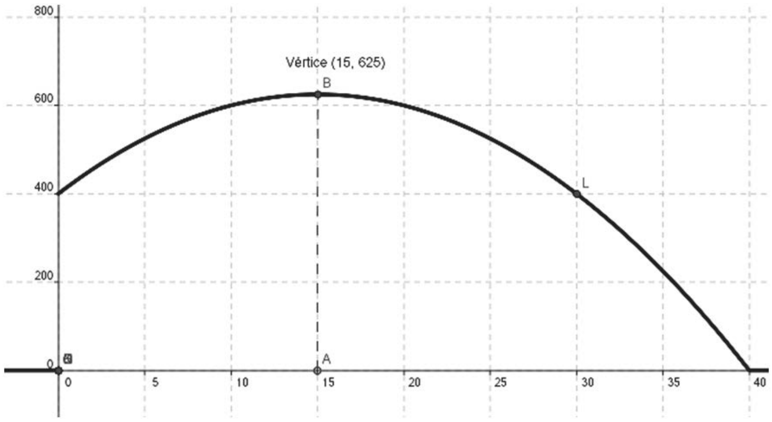
   a) **¿Cuánto tiempo había pasado cuando el criadero tenía otra vez 400 truchas.**

   b) **Dibuja la gráfica de la función, indicando el dominio y el recorrido.**

   c) **¿Llegarán a desaparecer las truchas? Razona la respuesta.**

d) **Encuentra la fórmula que relaciona el número de truchas con el número de meses transcurridos a partir de su instalación.**($\star\star$)

a) Se trata de una función polinómica de grado 2 cuya gráfica es una parábola de vértice (15 , 625). Tiene como eje de simetría una recta vertical que pasa por el vértice. $15 = (0+30)/2$, que nos indica que a los 30 meses el criadero tiene otra vez 400 truchas.

b) 

c) Puesto que la parábola a partir de los 15 meses decrece, llegará un momento en que corte al eje. En ese momento el número de truchas ha de ser cero.

d) La fórmula ha de ser de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c = x(ax+b) + c$
Como $f(0) = 400 \Longrightarrow c = 400$. Además $f(0) = f(30) = 400 \Longrightarrow x(ax+b) = 0 \Longrightarrow$ $x(ax+b) = ax(x-30)$
$f(x) = ax(x-30) + 400 \Longrightarrow 625 = a \cdot 15 \cdot (15-30) + 400 \Longrightarrow a = -1$

$$f(x) = -x^2 + 30x + 400$$

La ecuación $-x^2 + 30x + 400 = 0 \Longrightarrow x = 40$; -10 no válida, nos da el momento exacto en que desaparecen las truchas

El dominio es el intervalo $[0, 40]$ y el recorrido determinados puntos enteros del intervalo $[0, 625]$